

Viete, že na princípoch kvantovej teórie pracuje mnoho užitočných vecí, ako napríklad tranzistor, ktorý tvorí základ každého integrovaného obvodu, holografia či trojdimenzionálne kino? Viete, že kvantová fyzika nám pomohla vysvetliť žiarenie čierneho telesa, spektrálne čiary, supravodivosť, supratekutosť, stabilitu hmoty, periodickú tabuľku prvkov a iné? Ak nie, máte príležitosť vyplniť si túto medzeru v poznatkoch a aspoň sčasti odkryť svet, ktorý skúma kvantová teória. V ďalších častiach si ukážeme si nielen niektoré jeho podivné vlastnosti, ale aj ich potencionálne využitie.

Na začiatok použijeme štandardnú frázu: kvantová fyzika je teória mikročastíc na úrovni atómov. Ide o svet, v ktorom zlyháva klasický popis, čo má za následok, že niektoré jej vlastnosti a dôsledky sú v príkrom rozpore s našou intuíciou. Tá je totiž do veľkej miery vybudovaná na pozorovaní vlastností makrosvetu, avšak s mikrosvetom nemáme a zrejme ani nikdy nebudeme mať nejakú priamu skúsenosť.

Azda najdiskutovanejšou črtou kvantovej teórie je jej pravdepodobnostný charakter. Z bežnej praxe sme zvyknutí, že pravdepodobnosti sú iba dôsledkom istej našej „neschopnosti“ a svet je v podstate deterministický. Vieme, že autobus nás z jednej zastávky na druhú odvezie za jednu minútu. Prípadný rozdiel v čase závisí od momentálnej dopravnej situácie. Ak by sme však vedeli polohu a rýchlosť všetkých áut na ceste, tak si vieme celú situáciu namodelovať a výsledný čas určíme presne. Situácia v kvantovom prípade je však úplne iná. Ak sme zaznamenali elektrón na mieste A a pýtame sa kedy ho spozorujeme na mieste B , tak nech robíme, čo robíme, výsledný čas nevieme predpovedať s určitosťou. Kvantová teória nám povie iba pravdepodobnosť zaznamenania elektrónu v nejakom čase v mieste B . **Dôležitý poznatok: kvantová fyzika predpovedá iba pravdepodobnosti jednotlivých udalostí.** A tie nie sú spôsobené našou neúplnou vedomosťou alebo našou lenivosťou určiť veci presne. Kvantové pravdepodobnosti sú principiálne.

AKO KRABICA S NÁLEPKAMI

Pravdepodobnostný charakter má za následok, že nevieme zodpovedať také jednoduché otázky ako: **Aká je energia elektrónu? Aká je jeho poloha alebo hybnosť?** Aby sme boli presnejší, sú situácie keď niektoré z týchto otázok vieme zodpovedať, ale ide skôr o výnimky. Navyše, neexistuje situácia, keď by sme vedeli zodpovedať všetky takéto otázky súčasne. Inými slovami, objekty popísané kvantovou teóriou nemajú presne určené hodnoty energií, hybností, polôh, V klasickej fyzike vieme každému objektu (či už ide o auto, loptu alebo planétu) priradiť jednoznačne hodnoty hocakých fyzikálnych veličín. Takýto objekt si potom môžeme predstaviť ako krabicu polepenú nálepkami s týmito hodnotami. V kvantovej fyzike však vieme objektom priradiť iba určité typy nálepiek. Niekedy vieme elektrónu prilepiť nálepku s hodnotou energie, inokedy s hodnotou polohy prípadne rýchlosti. Sú aj situácie, keď elektrón môže mať aj kombinácie alebo žiadnu zo spomínaných nálepiek. Nikdy však nemôže mať súčasne nálepky polohy aj rýchlosti. Tento fakt je iba iným vyjadrením nemožnosti presného určenia polohy a rýchlosti častice súčasne. Ak by sme to vedeli, tak nám nič nebráni nalepiť obe nálepky.

To, že elektrón nemá nálepku energie, ešte neznamená, že ju nemôžeme merať. Nikto nám v tom predsa nemôže zabrániť. V skutočnosti ani nie je iná možnosť, ako zistiť, či má alebo nemá danú nálepku. Výsledkom merania je vo všeobecnosti **pravdepodobnostné rozdelenie** výsledkov. Z takéhoto rozdelenia sa spravidla zaujíname o dve čísla: **strednú hodnotu veličiny E** (v tomto prípade energie) a **strednú kvadratickú odchýlku ΔE** . Iba ak $\Delta E = 0$, tak objekt môže vlastniť nálepku energie s konkrétnou hodnotou E . Nulová odchýlka znamená, že výsledkom merania je vždy tá istá hodnota energie, a síce E . Kvantová teória dostala svoje meno preto, že na nálepkách zväčša nie sú ľubovoľné hodnoty. Príroda nám dáva k dispozícii iba niektoré zo všetkých možných hodnôt. Hovoríme, že **hodnoty fyzikálnych veličín sú kvantované**. V praxi to znamená, že napríklad elektrón v atóme vodíka môže mať na nálepke iba energie splňajúce vzťah $E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n}$, kde $n = 1, 2, 3, \dots$

V AKOM SÚ STAVE

Na popísanie objektu v klasickom svete (makrosvete) nám niekedy stačí špecifikovať jeho polohu $\vec{r} = (x, y, z)$ v priestore a jeho rýchlosť \vec{v} . Všetky ostatné mechanické veličiny sú už iba funkciou týchto dvoch hodnôt. Napríklad energia je daná ako súčet kinetickej energie $E_k = mv^2/2$ a potenciálnej energie E_p , ktorá môže mať najrôznejší tvar v závislosti od síl pôsobiacich na popisovaný objekt. Klasickému objektu teda stačí nalepiť dve nálepky – polohu a rýchlosť, resp. hybnosť $\vec{p} = m\vec{v}$. Dvojicu vektorov \vec{r}, \vec{p} nazývame stavom tohto klasického systému. Všeobecne môžeme povedať, že **fyzikálny stav je vlastne iba efektívne skomprimovaná informácia o systéme**. Ak poznáme stav objektu, tak hodnoty všetkých fyzikálnych veličín získame iba použitím tej správnej formuly. To však neplatí v kvantovej teórii, kde ako sme si povedali, nie všetky fyzikálne veličiny majú vždy „dobrý“ zmysel. Poznanie stavu kvantového objektu nám umožňuje predpovedať iba pravdepodobnostné rozdelenia výsledkov merania, resp. stredné hodnoty. **Ako teda vlastne taký stav kvantového objektu vyzerá?**

Kvantový stav je o niečo abstraktnejší pojem ako stav klasického systému. Kvantový objekt totiž nemôžeme popísať nejakou sadou nálepiek zodpovedajúcich hodnotám fyzikálnych veličín. Nevieme zadať polohu a hybnosť súčasne, ale iba ich stredné hodnoty, ktoré však na úplný popis stavu nestačia. Rovnako nám na určenie stavu nestačia ani pravdepodobnostné rozdelenia polôh a hybností skúmaného objektu. **Kvantová fyzika namiesto s pravdepodobnosťami narába s amplitúdami pravdepodobností**, t. j. s akýmiisi odmocninami z normálnych pravdepodobností. K presnejšiemu popisu stavu sa ešte vrátíme neskôr. Nateraz je dôležité si uvedomiť, že pojem stavu fyzikálneho systému má v kvantovej teórii podstatnú úlohu, oveľa dôležitejšiu než v prípade klasickom.

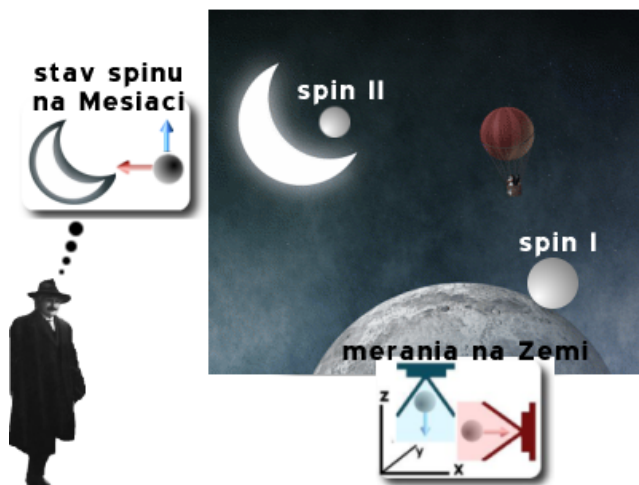
SPIN 1/2

Celkový moment hybnosti kvantových objektov (v porovnaní s klasickými) má akúsi zložku navyše. Ide o vnútorný moment hybnosti, ktorý nazývame *spin častice*. Jeho hodnota závisí od typu častice, napríklad elektróny a protóny majú spin 1/2, fotóny 1 atď. Vďaka tomu vlastnia kvantové objekty akýsi vnútorný rozmer, ktorý sa odzrkadľuje aj v popise stavu. Okrem priestorových vlastností musíme špecifikovať aj stav spinu danej častice. Niekedy sa však vieme obmedziť iba na štúdium

vlastností spinu, a vtedy nepotrebujeme vedieť stav celého objektu, t. j. jeho hybnosť či energiu. Takýto popis je oveľa jednoduchší. Spin sám osebe nemá žiadnu polohu alebo hybnosť. Ide o čisto kvantovú charakteristiku objektu, ktorá nemá žiadnu klasickú obdobu. Zvyčajne si spin predstavujeme, ako akési vrtenie sa častice okolo svojej osi (podobne ako Zem), ale ide iba o analógiu a nič také sa v skutočnosti nedeje. Napriek tomu je to užitočná predstava. Stav spinu si môžeme predstaviť ako vektor (šípku), ktorý nám definuje smer tejto rotácie. To, čo vieme o spine zisťovať sú jeho priemety do jednotlivých smerov, t.j. meriame aká je hodnota spinu v každom možnom smere.

Spin $\frac{1}{2}$ je ten najjednoduchší kvantový objekt, aký si vieme predstaviť. Prípadná nálepka hodnoty spinu $\frac{1}{2}$ v hocakom smere má totižto iba dve rôzne hodnoty. Je v podstate na nás, ako si ich označíme. Budeme používať šípky (\uparrow , \downarrow), čísla (± 1), prípadne aj logické hodnoty (0,1). **Pre spin $\frac{1}{2}$ platí, že vždy existuje iba jeden jediný smer**, v ktorom mu vieme priradiť nálepku s nejakou z týchto hodnôt. Potom vieme povedať: „toto je spin v tomto smere“. Túto vlastnosť využívame na označovanie stavov spinu. Stav spinu $\frac{1}{2}$ v smere vektora $\vec{n}_{\theta,\varphi} = (\cos\theta \cos\varphi, \cos\theta \sin\varphi, \sin\theta)$ budeme označovať

symbolom $|\vec{n}_{\theta,\varphi}\rangle$. Ide o symbol, ktorý reprezentuje akúsi „kvantovú nálepku“ hovoriacu, že spin má hodnotu +1 v smere určenom vektorom $\vec{n}_{\theta,\varphi}$. Akákoľvek iná nálepka pre spin je zakázaná! Symboly $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ budeme používať na označenie stavu spinu v smere a protismere osi z.



Obr.1 Einstein-Podolsky-Rosen paradox. Dve častice so spinom $\frac{1}{2}$ sa nachádzajú v špeciálnom stave, v ktorom je celkový spin nulový. Takúto dvojicu zvykneme nazývať EPR párom. Jedna z nich je na Mesiaci a druhá na Zemi. Výsledky merania spinu na Zemi nám okamžite hovoria, aký je stav spinu na Mesiaci. Táto vlastnosť je však v rozpore s predstavou lokálnosti a realizmu nášho popisu sveta. Na základe týchto požiadaviek prideme k záveru, že spin na mesiaci je v stave, ktorý je v rozpore s kvantovou teóriou. Na obrázku má spin na Mesiaci určené hodnoty v dvoch smeroch (dve šípky), pričom kvantová teória povoľuje maximálne jeden smer.

SKRYTÉ PREMENNÉ A EPR PARADOX

Nepozdávajú sa vám pravidlá kvantového sveta a jeho vlastnosti? Nie ste určite jediný a isté prekvapenie pri stretnutí s kvantovými pravidlami zažije zrejme každý. Skutočne sa to nedá popísať jednoduchšie? Neprehliadli sme niečo? Nie sú predsa len tie kvantové pravdepodobnosti dôsledkom našej skrytej nevedomosti? Možno sa iba pozeráme na mikrosvet cez tie nesprávne okuliare, a ak by sme si dali tie správne, tak pravdepodobnosti by zrazu zmizli a dostali by sme náš starý známy klasický svet. Podobné úvahy zrejme inšpirovali aj Alberta Einsteina, Borisa Podolského a Nathana Rosena, ktorí sformulovali tzv. *EPR paradox*. Autori argumentujú že kvantový popis stavu nie je úplný a existujú akési „skryté“ parametre, ktoré vôbec nemusíme byť schopní niekedy zistiť (sú skryté!), ale s ich pomocou by sa nám celý kvantový popis pretransformoval na klasický. Vedeli by sme presne povedať, aký výsledok bude mať každé jedno meranie a naše predpovede by už nemali iba pravdepodobnostný charakter. V tomto zmysle by bol náš popis pomocou skrytých parametrov úplný.

Einstein, Podolski a Rosen prišli k paradoxu pri analyzovaní tejto situácie. Predstavme si dva elektróny, ktoré tvoria spoločne systém s celkovým spinom nulovým. Jeden z týchto elektrónov pošleme na Mesiac a druhý si necháme u seba na Zemi. Ak na našom elektróne zmeriame spinu v akomkoľvek smere, tak automaticky vieme aj hodnotu spinu druhého elektrónu v tom istom smere (celkový spin je nulový). Ak napríklad meriame v smere z a dostaneme výsledok \uparrow , tak si môžeme byť istý, že druhý elektrón má hodnotu \downarrow v smere z, t. j. druhý elektrón sa nachádza v stave $|\downarrow\rangle$. Takýto výsledok však platí, nech si už meranie spinu na našom elektróne zvolíme v akomkoľvek smere. Elektrón na Mesiaci má presne opačný smer spinu, aký sme namerali my. A tu narážame na problém.

Trojica autorov vo svojom zdôvodňovaní vychádza z dvoch požiadaviek na akúkoľvek fyzikálnu teóriu: **lokálnosť** a **realizmus**. Lokálnosť odzrkadľuje fakt, že akékoľvek manipulácie s jedným systémom, nemôžu nijako ovplyvňovať vlastnosti iného priestorovo vzdialeného systému. Prinajmenšom druhý systém nemôže byť ovplyvnený okamžite. Realizmus sa týka vlastnosti, že v prípade, ak vieme s určitosťou povedať o nejakom systéme výsledok merania nejakej fyzikálnej veličiny, tak musí existovať niečo ako „**element reality**“, čo znamená, že daný systém má skutočne nálepku s hodnotou tohoto výsledku aj pred meraním. Obidve tieto požiadavky sú rozumné, avšak kvantová fyzika ich akýmsi spôsobom nespĺňa.

Vráťme sa k navrhnutému experimentu. Element reality je spojený s faktom, že vieme pred uskutočnením merania na elektróne na Mesiaci povedať ako dopadne. Ak zoberieme do úvahy aj lokálnosť, tak dostávame, že tento elektrón by sa mal v tomto stave nachádzať ešte pred uskutočnením nášho merania, pretože naše meranie nijako nemôže ovplyvniť elektrón na Mesiaci. A paradox nastáva, ak si uvedomíme, že náš výber smeru merania je ľubovoľný, avšak element reality (nálepka na druhom spine) závisí od tohto výberu. Odkiaľ však elektrón môže vedieť, aké meranie si zvolíme, t.j. ktorú nálepku si má nalepiť? Ak pripustíme, že by obe požiadavky mali byť splnené, tak nutne prideme k záveru, že spin musí mať dopredu určené výsledky meraní do všetkých smerov, t.j. musí mať nálepky s hodnotami pre všetky smery. Takéto niečo je však v kvantovej teórii neprípustné, a teda kvantový popis stavu systému je neúplný

Bellove nerovnosti

Začnime pozorovaním, že pre štyri čísla a, a', b, b' ktoré môžu mať iba hodnoty ± 1 platí nasledovná identita $(a+a')b+(a-a')b'=\pm 2$. Stačí si uvedomiť, že vždy práve jeden z výrazov $a+a'$ alebo $a-a'$ je nulový a ten druhý sa rovná ± 2 . Výber hodnôt ± 1 priamo súvisí s výsledkami meraní spinu v rôznych smeroch. Merania v smeroch \vec{a}, \vec{a}' sa robia na elektróne na Zemi, ale merania v smeroch \vec{b}, \vec{b}' na Mesiaci. Označme $p(a, a', b, b')$ pravdepodobnosť výsledkov týchto meraní na oboch elektrónoch. Pre absolútnu hodnotu strednej hodnoty spomínanej identity potom platí nasledujúca nerovnosť

$$\left| \langle (\vec{a} + \vec{a}') \otimes \vec{b} + (\vec{a} - \vec{a}') \otimes \vec{b}' \rangle \right| = \left| \sum_{a, a', b, b'} p(a, a', b, b') [(a+a')b + (a-a')b'] \right| \leq 2 \sum_{a, a', b, b'} p(a, a', b, b') = 2$$

Použili sme symbol " \otimes " na vyjadrenie toho, že ide o súčin dvoch meraní na dvoch elektrónoch a nie o súčin dvoch meraní na tom istom elektróne. Ľavú stranu tejto nerovnice vieme rozpísať pomocou stredných hodnôt jednoduchších meraní, čím dostávame nerovnosť

$$\left| \langle \vec{a} \otimes \vec{b} \rangle + \langle \vec{a}' \otimes \vec{b} \rangle + \langle \vec{a} \otimes \vec{b}' \rangle - \langle \vec{a}' \otimes \vec{b}' \rangle \right| \leq 2$$

Táto nerovnosť musí byť splnená ľubovoľnou lokálne-reálnou teóriou. Teraz si ukážeme, že táto nerovnosť je skutočne narušená v našom experimente s dvoma elektrónmi. Ak používame elektróny nachádzajúce sa v stave s celkovým spinom nulovým, tak potom stredná hodnota súčinu meraní \vec{a} na elektróne na Zemi a \vec{b} na elektróne na Mesiaci je daná formulkou

$$\langle \vec{a} \otimes \vec{b} \rangle = -\cos \omega_{ab},$$

kde ω_{ab} je uhol medzi vektormi \vec{a} a \vec{b} . Vhodným výberom smerov (viď

Obr.2) merania $\omega_{ab} = \omega_{a'b} = \omega_{ab'} = 45^\circ$ a $\omega_{a'b'} = 135^\circ$ dokážeme uvedenú

nerovnosť narušiť. Platí, že $\cos 45^\circ = -\cos 135^\circ = 1/\sqrt{2}$ a dosadením do nerovnosti dostávame

$$|-1/\sqrt{2} - 1/\sqrt{2} - 1/\sqrt{2} - 1/\sqrt{2}| = 2\sqrt{2} \not\leq 2.$$

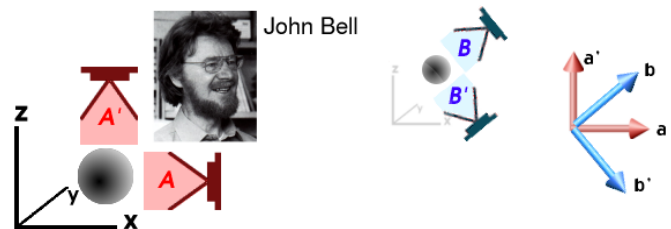
a vedie ku konfliktu s lokálnosťou a realizmom. Mala by teda existovať už spomínaná teória skrytých parametrov, ktorá by bola aj lokálna, a pritom by sa splnila aj požiadavka reality.

BELLOVE NEROVNOSTI

Ako však overiť nejakú teóriu lokálne-reálnych skrytých parametrov? EPR paradox bol sformulovaný v roku 1934 a s riešením, respektíve s návrhom riešenia prišiel *John Bell* až v roku 1967. Myšlienka je pritom vcelku jednoduchá: skonštruovať nejakú matematickú formulu, ktorá musí byť splnená akoukoľvek lokálne-reálnou teóriou. Johnovi Bellovi sa podarilo skonštruovať jednoduchú nerovnosť obsahujúcu stredné hodnoty meraní, a teda táto nerovnosť sa dala experimentálne overiť. Čo je pekné na tomto prístupe je to, že samotné odvodenie nepredpokladá existenciu žiadnej fyzikálnej teórie. Umožňuje nám však overiť, či naša teória je v súlade s požiadavkami lokálnosti a realizmu, alebo nie. Dokonca nám umožňuje overiť priamo experimentom, či skúmané objekty môžu byť popísané nejakým modelom lokálne-reálnych skrytých parametrov, alebo nie. Ukazuje sa, že kvantová teória nie je kompatibilná s týmito požiadavkami. Existujú diskusie o tom, či sa naruší lokálnosť, alebo realizmus. Odpoveď nie je jasná, ale napriek tomu sa zvykne hovoriť o **nelokálnosti kvantovej teórie**.

Narušenie Bellových nerovností sa už overilo experimentálne vo viacerých nezávislých laboratóriách. Toto narušenie samo osebe neznamená platnosť kvantovej teórie, ale iba poukazuje na

skutočnosť, že existujú systémy, ktoré nespĺňajú požiadavku lokálneho realizmu. Platnosť kvantovej teórie sa overuje samotnou veľkosťou narušenia, ktoré je v dobrej zhode s predpovedanou teoretickou hodnotou. Existujú aj teórie, ktoré by mohli byť ešte nelokálnejšie ako kvantová fyzika, avšak otázkou zostáva, či tieto teórie popisujú aj nejaké skutočné fyzikálne systémy. Odpoveď na túto otázku však prinesie až budúcnosť.



Obr.2 Bellove nerovnosti. Obrázok ukazuje ktoré merania (v ktorých smeroch) treba uskutočniť, aby Bellove nerovnosti boli narušené maximálne. Červená a modrá farba rozlišujú merania na prvej a druhej častici. Výsledkami všetkých meraní sú hodnoty plus, alebo minus jeden.

BOHROVA ODPOVEĎ

Zostáva nám odpovedať už iba na jednu otázku. Kde sme v odvodení Bellových nerovností sme urobili chybu, resp. ktorý krok nie je kompatibilný s kvantovou fyzikou? EPR paradox stimuloval jednu z najväčších vedeckých diskusií medzi *Albertom Einsteinom* a *Nielsom Bohrom*, ktorý sa pokladá za jedného z otcov kvantovej teórie. Výsledkom bola tzv. *Kodaňská interpretácia kvantovej teórie*. Bohrova obhajoba úplnosti kvantovej teórie sa, samozrejme, nezakladá na experimentoch narušajúcich Bellove nerovnosti. V tom čase ešte tieto nerovnosti neboli na svete. Bohr argumentoval tvrdením, že podstata EPR paradoxu je vo vyjadrovaní sa o neuskutočnených experimentoch. Výber merania v smere osi z na Zemi skutočne znamená, že elektrón na Mesiaci bude mať nálepku obsahujúcu hodnotu tejto fyzikálnej veličiny. Avšak bez merania nevieme povedať s akou hodnotou. Výsledok merania na Zemi je úplne náhodný, a iba akt odčítania tohoto výsledku nás oprávňuje hovoriť o hodnote spinu druhého elektrónu. Bez toho nemá tvrdenie o nálepke žiadne opodstatnenie. Táto odpoveď, samozrejme, neznamená, žeby bola kvantová fyzika v súlade s podmienkami lokálneho realizmu. Skôr iba spochybňuje pojem elementu reality (po našom nálepky), ktorý existuje aj pred meraním. Kvantová teória sama osebe nevedie k EPR paradoxu, iba podmienky lokálnosti a realizmu sú v rozpore so štruktúrou kvantovej fyziky a na nich je postavený aj EPR argument o neúplnosti.

Nebudeme tu teraz hlbšie analyzovať postoje Alberta Einsteina a Nielsa Bohra, ktoré koniec koncov končia vo filozofickej rovine o tom, ako sa vlastne pozerať na svet. Ich vzájomná dišputa bola však nesmierne dôležitá, pretože naštartovala isté spriehľadňovanie a snahu o hlbšie pochopenie kvantovej teórie. Zo súčasného pohľadu ponúka elegantné riešenie EPR paradoxu priamo experiment (najvyšší súd fyziky) skrz Bellove nerovnosti. A ako sme už spomenuli, experimentálna odpoveď dáva za pravdu kvantovej fyzike.